LAHENDUSED 11.klass

1. Vastus: $\mathbf{x_1 = 1,5}$; $\boldsymbol{x_2 = -3}$

Lahendus:

Et $\sqrt{2x^2 + 3x + 7} + \sqrt{3(2x^2 + 3x) - 2} = 9$
Asendame: $2x^2 + 3x = t$
Saame: $\sqrt{t + 7} + \sqrt{3t - 2} = 9$
Tõstame mõlemad pooled ruutu: $\left(\sqrt{t + 7} + \sqrt{3t - 2}\right)^2 = 9^2$
Saame: $\left(\sqrt{t + 7}\right)^2 + 2\sqrt{t + 7} \cdot \sqrt{3t - 2} + \left(\sqrt{3t - 2}\right)^2 = 9^2$
$t + 7 + 3t - 2 + 2\sqrt{(t + 7)(3t - 2)} = 81$
$4t - 76 = -2\sqrt{(t + 7)(3t - 2)}$
$2t - 38 = -\sqrt{3t^2 + 19t - 14}$
Jälle tõstame mõlemad pooled ruutu:
$(2t - 38)^2 = 3t^2 + 19t - 14$
$4t^2 - 152t + 1444 = 3t^2 + 19t - 14$
$t^2 - 171t + 1458 = 0$
$t_1 = 9; t_2 = 162.$
$Kontrollime$:
$\sqrt{9 + 7} + \sqrt{3 \cdot 9 - 2} = 9;$ V.p.=P.p.
$\sqrt{162 + 7} + \sqrt{3 \cdot 162 - 2} = 9$ V.p.≠P.p. ehk 162 ei sobi.
$2x^2 + 3x = 9$
Kust $x_1 = 1,5;$ $x_2 = -3$
Kontroll: $\sqrt{2 \cdot 1,5^2 + 3 \cdot 1,5 + 7} + \sqrt{6 \cdot 1,5^2 + 9 \cdot 1,5 - 2} = 9$ V.p.=P.p.
$\sqrt{2 \cdot (-3)^2 + 3 \cdot (-3) + 7} + \sqrt{6 \cdot (-3)^2 + 9 \cdot (-3) - 2} = 9$ V.p.=P.p.
Vastus: $x_1 = 1,5;$ $x_2 = -3$

Hindamine:

Tehtud muutuja vahetus	1p
Leitud uue muutuja (t) väärtused	2p
t väärtuste kontroll	1p
Esialgse muutuja (x) väärtuste leidmine	1p
Kontroll	1p
Õige vastus	1p
	7p

2. Vastus: **esimene objekt jõudis punkti *B* esimesena**

Lahendus:

Olgu punktide *A* ja *B* vaheline kaugus *S* ning esimese objekti aeg t_1 (h). Kuna esimene objekt liikus esimese poole ajast t_1 kiirusega v_1 (km/h) ning teise poole ajast t_1 kiirusega v_2 (km/h), siis saame koostada võrduse

$$\frac{t_1}{2}\cdot v_1+\frac{t_1}{2}\cdot v_2=S,$$

kust

$$t_1=\frac{2S}{v_1+v_2}.$$

Olgu teise objekti aeg t_2 (h). Kuna teine objekt liikus esimese poole vahemaast *S* kiirusega v_1 (km/h) ning teise poole vahemaast *S* kiirusega v_2 (km/h), siis saame koostada võrduse

$$t_2=\frac{S}{2v_1}+\frac{S}{2v_2}.$$

Leame vahe

$$t_2-t_1=\frac{S}{2v_1}+\frac{S}{2v_2}-\frac{2S}{v_1+v_2}=$$

$$\frac{S(v_1+v_2)}{2v_1v_2}-\frac{2S}{v_1+v_2}=$$

$$\frac{S\left[(v_1+v_2)^2-4v_1v_2\right]}{2v_1v_2(v_1+v_2)}=$$

$$\frac{S(v_1-v_2)^2}{2v_1v_2(v_1+v_2)}>0,$$

seega $t_2>t_1$. Esimene objekt jõudis punkti *B* esimesena.

Hindamine:

Mõistab, et peab leidma objektide aegade vahe	1p
Esimese objekti aja avaldamine	2p
Teise objekti aja avaldamine	1p
Vahe leidmine ja vastava avaldise teisendamine	2p
Õige vastus	1p
	7p

3. Vastus: $a = 6$, $b = 1$, $c = 2$;
$a = 6$, $b = 2$, $c = 1$;
$a = 8$, $b = 1$, $c = 3$;
$a = 8$, $b = 3$, $c = 1$.

<u>Lahendus:</u>

Kokku on võimalik koostada kuus erinevat kolmekohalist arvu, seega

$$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} + \overline{cab} + \overline{cba} = 3 \cdot \overline{aaa}$$
$$222a + 222b + 222c = 333a$$
$$2(a + b + c) = 3a$$
$$a = 2(b + c)$$

Järelikult *a* on paarisarv ning selleks sobivad 2, 4, 6, 8.
Aga summa $(b + c)$ väärtus on 3 või 4. Selgitus:
$(b + c) \neq 1$, sest $b, c \geq 1$;
$(b + c) \neq 2$, sest $b \neq c$;
$(b + c) \neq 5,6,7,...$, sest $a \leq 9$.
Seega *a* väärtus on 6 või 8.
Kui *a* = 6, siis $b = 1$, $c = 2$ või $b = 2$, $c = 1$.
Kui $a = 8$, siis $b = 1$, $c = 3$ või $b = 3$, $c = 1$.

<u>Hindamine:</u>

Mõistab, et kolmekohaliste arvude arv on kuus	1p
Esialgse võrrandi koostamine	1p
Jõuab järelduseni, et *a* on paarisarv	1p
Jõuab järelduseni, et summa $(b + c)$ saab olla 3 või 4	2p
Õige vastus: $a = 8$, $b = 1$, $c = 3$; $a = 8$, $b = 3$, $c = 1$	1p
Õige vastus: $a = 6$, $b = 1$, $c = 2$; $a = 6$, $b = 2$, $c = 1$	<u>1p</u>
	7p

4. Vastus**: 60° ja 30°.**

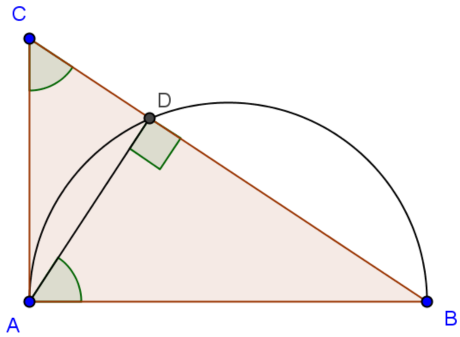
Lahendus:

Vastavalt ülesande tingimustele, olgu |BD|=3x ja |DC|=1x. Nurk ADB kui diameetrile toetuv piirdenurk on täisnurk. Paneme tähele, et täisnurksed kolmnurgad ADC ja BDA on sarnased (ning mõlemad sarnased omakorda kolmnurgaga BAC). Siit saame, et

$$\frac{|CD|}{|AD|} = \frac{|AD|}{|BD|}.$$

Järelikult $|AD|^2 = 3x^2$, kust $|AD| = x\sqrt{3}$.

Nüüd $\tan \angle ACD = \frac{|AD|}{|CD|} = \sqrt{3}$, kust $\angle ACD = 60°$. Järelikult kolmnurga nurgad on 60° ja 30°.



Hindamine:

Saab aru, et nurk ADB on täisnurk (diameetrile toetuv piirdenurk)	1p
Märkab,et kolmnurgad ADC ja BDA on sarnased:	2p
Leitud AD pikkus:	2p
Leitud kolmnurga nurgad:	2p
	7p

Ainult õige vastuse eest anda 1 punkt.

5. Vastus: **Mihkel.**

Kuna üks õpilane tunnis saab 4 kommi ja ülejäänud ühe, siis õpilaste kommide arvu vahe peab jaguma kolmega, kuid on õpilasi, kes jätsid tunde vahele. Kuna kaks õpilast jätsid ühe päeva vahele, siis nende omavahelene kommide vahe peab jaguma kolmega. Kuna üks õpilane jätis 2 päeva vahele ja teine 5 päeva vahele, siis ka nende omavaheline kommide vahe peab jaguma kolmega.

Kui vaadata antud õpilaste kommide arvu, siis me peame leidma kaks arvu paari, mille vahe jagub kolmega. Need arvupaarid on: 39 ja 45 ning 44 ja 50 (Esimeses paaris mõlemad jätsid ühe tunni vahele, teises paaris üks jättis kaks tundi vahele ja teine viis tundi.). Jääb alles 43, mis on Mihkli kommide arv.

Vastus: Mihkel külastas kõiki tunde.

Hindamine:

Märgatud, et kõiki tunde külastanud õpilaste kommide vahe peab jaguma kolmega	3p
Märgatud, et antud õpilastest tuleb välja kaks paari, kelle kommide vahe jagub kolmega	2p
Leitud need paarid	1p
Õige vastus	1p
	7p